

## Grawitacja - prawo powszechnego ciążenia

Siła wzajemnego przyciągnięcia grawitacyjnego między dwoma ciałami jest wprost proporcjonalna do iloczynu mas tych ciał a odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości między tymi ciałami.

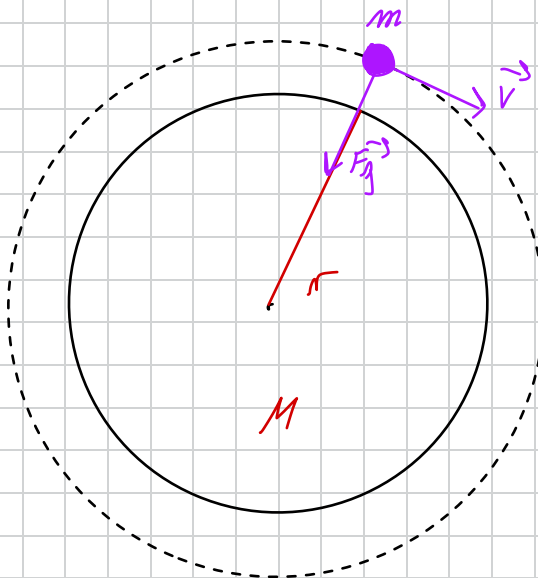
$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

## Pierwsza prędkość kosmiczna

Pierwsza prędkość kosmiczna to najmniejsza prędkość, jaką należy nadać obiektowi, by mógł lotem bezsilnikowym dotrzeć Ziemię.

Promień orbity jest równy promieniowi planety.

Rakieta może startować z prędkością niższą i przyjmie prędkość startową do orbity.



Na satelite deluje sila gravitacije

$$F_g = G \frac{Mm}{R^2}$$

$$F_{ob} = \frac{mv^2}{R}$$

$$F_g = F_{ob}$$

$$G \frac{Mm}{R^2} = m v^2$$

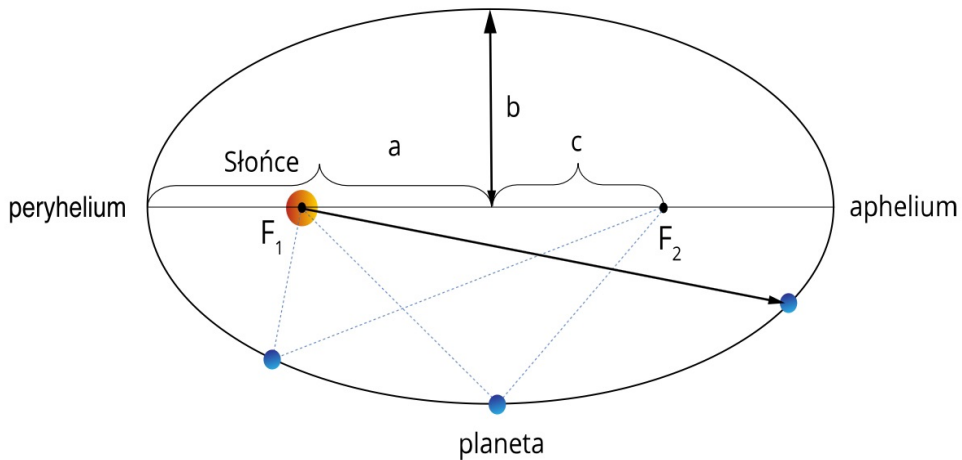
$$\frac{GM}{R} = v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

## I Prawo Keplera

Ruch wszystkich planet wokół Słońca odbywa się po orbitach eliptycznych, a Słońce znajduje się w jednym z ognisk elipsy.

Elipsa to zbiór punktów, których suma odległości od obu ognisk jest jednaka.



$a$  - półś wielka, średnia odległość planety od Słońca

$b$  - półś mała

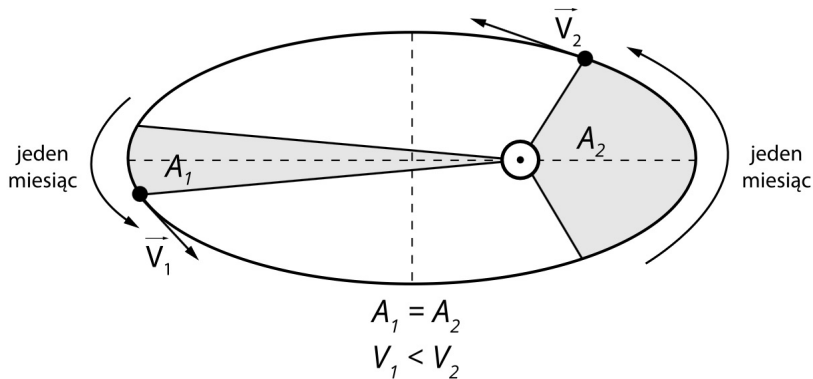
$c$  - odległość ognisk od środka elipsy

aphelium - najdalszy Słońca punkt

perihelium - najbliższy Słońca punkt

## II Prawo Keplera

W równych odstępach czasu promieni wodzący planety, poprowadzony od Słońca zakrywa równe pole.



Przyjmijmy, że elipsa jest tak duża, że jej wybrane fragmenty można przybliżyć trójkątami.

$$\Delta A_1 = \frac{1}{2} \cdot r_A \cdot \Delta S_1 \quad \Delta A_2 = \frac{1}{2} \cdot r_P \cdot \Delta S_2$$

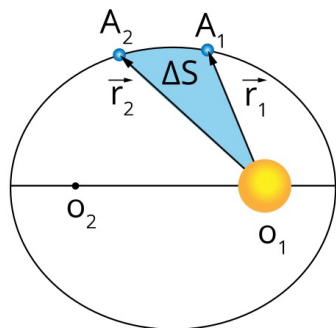
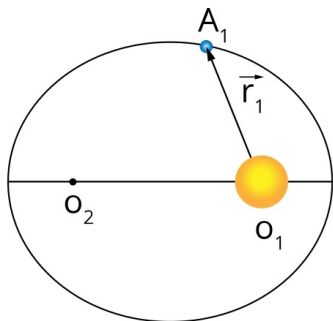
$$\Delta S = v \cdot \Delta t$$

$$\Delta A_1 = \Delta A_2$$

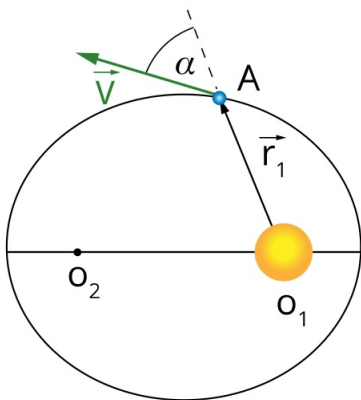
$$\frac{v_2}{v_P} = \frac{r_P}{r_A}$$

## Związek II Prawa Keplera z zasadą zachowania pędu

**Prędkość polowa** to tempo zakreślenia powierzchni przez wybraną linię. W ruchu planety tę linię jest wektor wodny.



$$V_S = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$



Wektor pędu ma ten sam kierunek co  $\vec{v}$ , co prędkość.

**Moment pędu**  $\vec{L}$  to iloczyn wektorowy pędu i promienia wodnego.

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times (m\vec{v})$$

W ruchu po okręgu, wektorowy pęd i promień  $\vec{r}$  prostopadłe. Wtedy  $\vec{L} = \vec{r} \cdot (m \cdot \vec{v})$

W przypadku, gdy krzywa nie jest okręgiem:

$$\vec{L} = p \cdot r \cdot \sin \alpha = m \cdot v \cdot r \cdot \sin \alpha$$

Zasada zachowania pędu ma zastosowanie również w ruchu planet wokół Słońca!

Z zasady zachowania pędu i II Prawa Keplera wynika, że prędkości planety w perihelium jest największa, a w aphelium najmniejsza.

$$\vec{L} = m \cdot v \cdot r \cdot \sin \alpha \Rightarrow v = \frac{\vec{L}}{m \cdot r \cdot \sin \alpha} \quad \vec{L} = \text{constans}$$

### III Prawo Keplera

Jednostka astronomiczna (au) to jednostka długości równa średniej odległości Ziemi od Słońca.

$$1 \text{ au} = 1,495 948 704 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

Stosunek kwadratu okresu obiegu planety wokół Słońca do średnicy wielkiej półosi jej orbity jest stały dla wszystkich planet w układzie słonecznym.

$$1) \frac{T^2}{a^3} = \text{const} \quad 2) \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_s}$$

Ogólne III Prawo Keplera ma postać

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot (M_s + M)}, \text{ ale przez masę Słońca masa planety jest pomijalna.}$$

## Związek III Prawa Keplera z prawem powszechnego ciążenia

$$\vec{F}_{\text{do}} = \frac{mv^2}{r} = \frac{4\pi^2 \cdot r \cdot m}{T^2}$$

$$G \frac{mM}{r^2} = \frac{4\pi^2 \cdot r \cdot m}{T^2}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{const}$$

## Energia potencjalna pola grawitacyjnego

**Pole zachowujące** - przy przeprowadzeniu powyższego normalizowania przyjdzie nam, że ciało znajduje się blisko powierzchni Ziemi, gdzie pole można uznać za jednostajne

**Praca w jednostajnym polu grawitacyjnym** nie zależy od drogi po jakim przemieści się ciało

$$W = F \cdot \vec{r} \cdot \cos \alpha$$

$$W = F \cdot r$$

$$W = \frac{GMm}{r^2} \cdot r$$

$$W = \frac{GMm}{r}$$

$$W = GMm \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

Praca wykonana przez pole grawitacyjne

$$W_g = -GMm \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

Praca w polu grawitacyjnym zależy od odległości punktów początkowego i końcowego.

## Nateżenie pola grawitacyjnego

**Wzrost masy** - postępujemy się nim, aby wykazać, czy istnieje pole grawitacyjne, musi być punktowe.

**Linie pola** - graficznie przedstawiają pole grawitacyjne

**Pole grawitacyjne** to modyfikacja wartości prędkości wywołana obecnością w niej masy.

**Nateżenie pola grawitacyjnego** liczbowo wyraża wartość siły grawitacji działającej na jednostkę masy.

$$\vec{V} = \frac{\vec{F}_g}{M} = G \frac{M}{r^2}$$

**Pole centralne** jest wytworzone przez ciał punktowe lub kuliste.

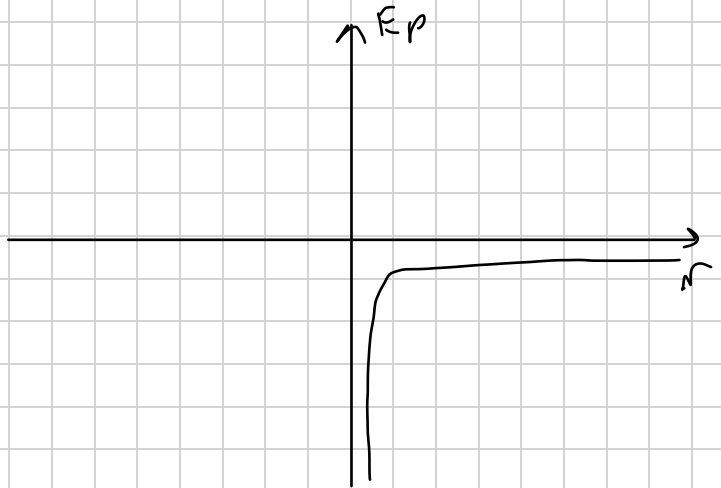
**Pole jednorodne** jest ciałem pola centralnego (możliwe, gdy ciało ma duże rozmiary). Jako pole jednorodne możemy traktować obrót bliska powierzchni Ziemi.

**Zasada superpozycji: natężenie pól** - natężenie pola wypadkowego w danym punkcie jest sumą wektorową natężeń pól pochodzących od każdego z nich.



## Energia potencjalna pola grawitacyjnego

$$E_p = - G \frac{mM}{r}$$



- 1) Energia potencjalna ma wartości ujemne. Znak minus oznacza że pole grawitacyjne ma charakter przyciągania.
- 2) W odległości  $r = \infty$  energia potencjalna przyjmuje wartość zero.
- 3) Jeżeli odległość między ciałami się zwiększa, to zmniejsza

## Druga prędkość kosmiczna

Druga prędkość kosmiczna to prędkość jaką należy nadać pojazdowi kosmicznemu, by przemierzyć się długi łukiem bezsilnikowym mógł opuścić na zawsze dane pole grawitacyjne.

$$E_p = -G \frac{Mm}{r}$$

$$E = \frac{mv_{II}^2}{2} + \left( -\frac{GMm}{R} \right)$$

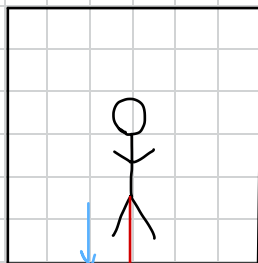
$$0 = -\frac{GMm}{R} + \frac{mv_{II}^2}{2}$$

$$mv_{II}^2 = 2 \frac{GMm}{r}$$

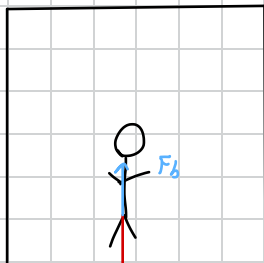
$$v_{II}^2 = 2 \frac{GM}{r}$$

# Przeciążenie i nieważkość

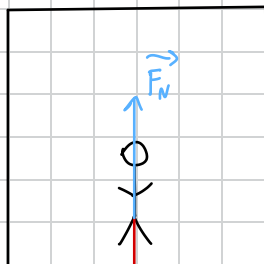
stan przeciążenia - jeżeli ktoś panuluje się z przyspieszeniem skierowanym w górę, zwiększa się jego ciężar



$$\vec{F}_b = m \cdot a$$



$$\vec{F} = \vec{F}_g - \vec{F}_b$$



$$\vec{F}_N = \vec{F}_g$$

## Układ słoneczny

Nasz Układ Słoneczny nazywa się **Słonecznym**, ponieważ ma go gwiazda centralna to **Słońce**.

Wraz z układem tej gwiazdy obiekty drążące są:

- planety i planety karłowate
- drobne ciała niebieskie
- pyły międzyplanetarne

Od 2006 roku zgodnie z definicją planety ustaloną przez IAU mamy osiem planet:

- Merkury - najmniejsza planeta
- Wenus - najświeższa (ma ziemskim niebie)
- Ziemia - największa planeta skalista ułożona
- Mars - czwarta planeta
- Jowisz - największa planeta
- Saturn - planeta z pierścieniami
- Uran - najmniejszy masywny
- Neptun - najmniejsza planeta

**Planeta** to ciało niebieskie, które:

- musi okrążyć Słońce lub inną gwiazdę
- ma wystarczającą masę, aby dzięki grawitacji pokonać własną nieregularną obrotową i międzywęzłową i uzyskać równowagę hydrostatyczną
- ma jej orbitę nie przekraczającą innej ciał niebieskich

Planetoidea, asteroida to małe ciała niebieskie o rozmiarach od kilku metrów do kilku tysięcy kilometrów, poruszające się po wewnętrznej

$$1 \text{ au} = 1,495\,978\,707 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

1 au - średnia odległość Ziemi od Słońca

1 ly (rok świetlny) - odległość jaką pokonuje światło w próżni

$$1 \text{ ly} \approx 63\,233 \text{ au}$$

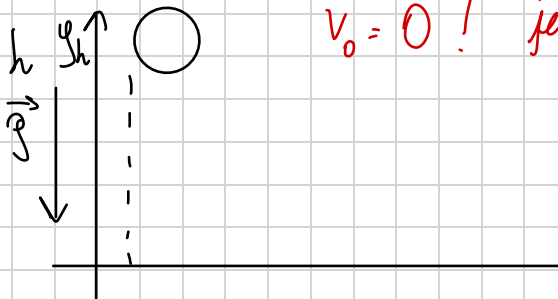
Średnica naszej galaktyki

Parsek to odległość z której widzimy wielką osi orbity jak krąg o długości 1 sekundy łuku ( $\frac{1}{3600}$  stopnia)

$$1 \text{ pc} = 3,2616 \text{ ly} = 206\,265 \text{ au}$$

## Rzuty w polu grawitacyjnym

1) spadek swobodny  $\Rightarrow$  rozpatrujemy jako ruch  
 $v_0 = 0$  ! jednostajnie przyspieszony



$$\Delta V = V_k - V_0$$

$$\Delta V = V_0$$

$$g = \frac{V_k}{t}$$

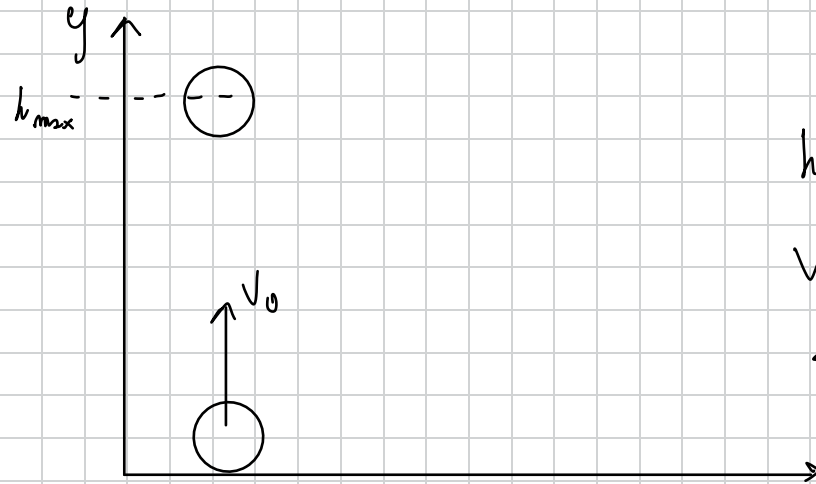
$$V_k = g \cdot t$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2$$

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = h_0 - \frac{1}{2} g t^2$$

2) rzut pionowy w górze m. j. o.



$$h_0 = 0 \text{ m}$$

$$v_0 \neq 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta v = v_0 - v_k$$

$$\Delta v = v_0$$

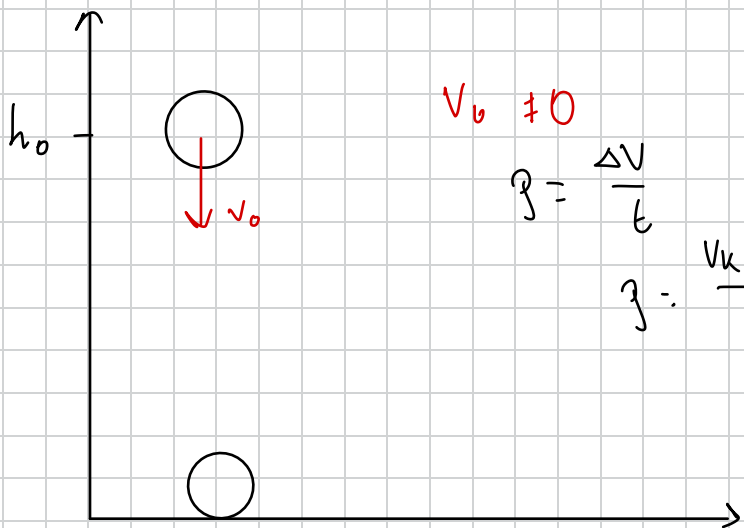
$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$$

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$g = \frac{v_0}{t}$$

$$v_0 = g \cdot t$$

$$t = \frac{v_0}{g}$$



$$v_0 \neq 0$$

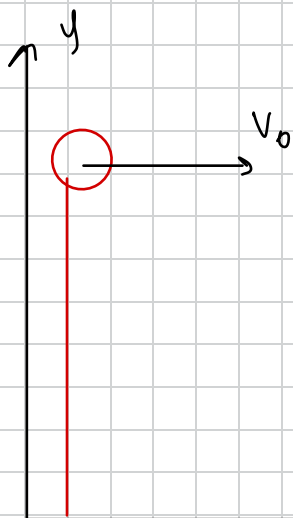
$$g = \frac{\Delta v}{t}$$

$$\Delta v = v_k - v_0$$

$$g = \frac{v_k - v_0}{t}$$

$$h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = h - (v_0 t + \frac{1}{2} g t^2)$$



$$v_0 = v_{0x} = \text{const}$$

$$x_{\text{max}} = v_{0x} \cdot t$$

$$v_{0y} = g \cdot t$$

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

